

FREKUENSI ALAMI RANGKA BATANG SEMI-KAKU DENGAN EFEK GAYA AKSIAL

Ruly Irawan

Jurusan Teknik Sipil, Universitas Sarjanawiyata Tamansiswa

ABSTRACT

This article presents the natural frequency analysis of beam framework and axial force effect. The analysis considers the modification of mass matrix, rigidity, and geometric matrix of semi-rigid beam framework. The rigidity matrix, mass, and semi-rigid geometric connecting rod were derived from polynomial Hermite modification. This paper shows an example of natural frequency of beam framework with axial force effect or not. The results of analysis were used to show the efficiency of the calculation of beam framework model with semi-rigid connection, which results in a more realistic solution than rigid connection model. This paper also shows that the change of axial force can result in the change of natural frequency of beam framework. Besides, this method can be used to examine any building because it can calculate the effect of structural rigidity.

Keywords: natural frequency, half-rigid, Hermite polynomial modification

PENDAHULUAN

Secara umum, analisis perhitungan rangka batang di asumsikan memilikisambungan kaku atau pin. Padahal pada kenyataannya, perhitungan analisis struktur menggunakan asumsi ini akan memberikan hasil yang tidak sesuai dengan perilaku struktur sesungguhnya, seperti deformasi, distribusi gaya batang dan stabilitas batang, maupun struktur secara keseluruhan. Rangka batang pada umumnya memiliki sambungan semi-kaku, oleh karena itu, analisis struktur yang dapat memodelkan tipe sambungan ini sangatlah dibutuhkan, sehingga dapat menunjukkan perilaku struktur yang sesungguhnya. Sambungan baut dan las merupakan salah satu tipe sambungan semi-kaku. Sambungan ini memiliki efek negatif terhadap kestabilan struktur, yaitu dapat memperbesar deformasi dan mengurangi kekakuan bangunan. Dengan kata lain, sambungan semi-kaku akan meningkatkan efek *second-order* ($P-\Delta$) dan mempengaruhi kestabilan struktur secara keseluruhan [1,2].

Karakteristik dinamik struktur dapat diamati menggunakan instrumen dinamik seperti accelerometer, dan dapat di verifikasi menggunakan banyak metode yang dapat memasukkan nilai kekakuan sambungan. Pengujian dinamis struktur menunjukkan karakteristik dinamis struktur yang sesungguhnya, yaitu, frekuensi alami struktur dalam arah tiga dimensi, serta

koefisien redaman struktur. Semua parameter ini dapat menjadi titik awal untuk evaluasi struktur bangunan, jembatan, dan lain-lain. Faktor penting lainnya adalah bahwa pengujian dinamis tidak menyebabkan kerusakan bangunan [3].

Dalam tulisan ini, matriks unsur elemen balok disajikan. Metode ini merupakan bagian dari Metode Elemen Hingga. Analisis rangka batangterhubung semi-kaku yang menggabungkan sepasang kekakuan sambungan kedalambentuk fungsi kubik Hermitian, dengan memberikan $r = 0$ ke 1 sebagai nilai kekangan. Menggunakan fungsi bentuk ini, matrik massa, kekakuan linier dan kekakuan geometri dari elemen balok dapat diperoleh langsung dari prosedur standar untuk formulasi elemen hingga.

Tujuan utama dari publikasi ini adalah untuk menyajikan (1) matrik kekakuan, massa dan kekakuan geometris dari balok-kolom prismatic dengan koneksi semi-kaku. (2) pemanfaatan matriks ini dalam perhitungan stabilitas dan analisis struktur orde kedua. (3) frekuensi alami analisis struktur 2D. (4) Contoh pengaruh gaya aksial terhadap analisis frekuensi alami.

Metode Elemen Hingga

Matrix Kekakuan untuk rangka batang sebenarnya pendekatan metode elemen hingga, yang berarti bahwa hasil perhitungan hanya

pendekatan untuk model yang sebenarnya dari suatu sistem. Cara yang paling cocok untuk menentukan karakteristik dinamik dari struktur rumit adalah dengan dimodelkan menggunakan matriks massa, kekakuan dan matriks redaman. Matriks ini memiliki bentuk yang berbeda, tergantung pada elemen teori yang digunakan dan berapa banyak derajat kebebasan yang dipakai.

Dalam tulisan ini, semua matriks dibentuk menggunakan persamaan balok Bernoulli semi-kaku dengan $\mu_{ik} = r$ pada node I dan $\mu_{ik} = \mu_{ik} / l$.

Unsur matriks kekakuan dapat dirumuskan dengan menggunakan prinsip metode elemen hingga. Kekakuan matriks elemen diperoleh dalam bentuk dibawah ini [1].

$$K^* = \begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* & K_{13}^* & K_{14}^* \\ & K_{22}^* & K_{23}^* & K_{24}^* \\ & sym & K_{33}^* & K_{34}^* \\ & & & K_{44}^* \end{bmatrix} \quad (1)$$

With

$$K_{11}^* = \frac{4EI}{l} [\alpha_{ik}^2 + \alpha_{ik} \alpha_{ki} + \alpha_{ki}^2]$$

$$K_{12}^* = \frac{2EI}{l} [2(\alpha_{ik} \mu_{ik} + \alpha_{ki}^2 l - \alpha_{ki} \mu_{ki}) - \alpha_{ik} \mu_{ki} + \alpha_{ik} \alpha_{ki} l + \alpha_{ki} \mu_{ik}]$$

$$K_{13}^* = -\frac{4EI}{l} [\alpha_{ik}^2 + \alpha_{ik} \alpha_{ki} + \alpha_{ki}^2]$$

$$K_{14}^* = \frac{2EI}{l} [2(\alpha_{ik} \mu_{ik} - \alpha_{ki}^2 l + \alpha_{ki} \mu_{ki}) + \alpha_{ik} \mu_{ki} - \alpha_{ik} \alpha_{ki} l + \alpha_{ki} \mu_{ik}]$$

$$K_{22}^* = \frac{4EI}{l} [\mu_{ik}^2 + \mu_{ik} \mu_{ki} + \mu_{ki}^2 + \alpha_{ki} \mu_{ik} l + 2\alpha_{ki} \mu_{ki} l + \alpha_{ki}^2 l^2]$$

$$K_{23}^* = -\frac{2EI}{l} [2(\alpha_{ik} \mu_{ik} + \alpha_{ki}^2 l - \alpha_{ki} \mu_{ki}) - \alpha_{ik} \mu_{ki} + \alpha_{ik} \alpha_{ki} l + \alpha_{ki} \mu_{ik}]$$

$$K_{24}^* = \frac{2EI}{l} [(2\mu_{ik}^2 - \alpha_{ik} \mu_{ik} l - \mu_{ki}^2 + \alpha_{ki} \mu_{ki} l) + \alpha_{ik} \mu_{ki} l + \alpha_{ki} \mu_{ik} - \alpha_{ik} \alpha_{ki} l^2]$$

$$K_{33}^* = \frac{4EI}{l} [\alpha_{ik}^2 + \alpha_{ik} \alpha_{ki} + \alpha_{ki}^2]$$

$$K_{34}^* = -\frac{2EI}{l} [2(\alpha_{ik} \mu_{ik} - \alpha_{ki}^2 l + \alpha_{ki} \mu_{ki}) + \alpha_{ik} \mu_{ki} - \alpha_{ik} \alpha_{ki} l + \alpha_{ki} \mu_{ik}]$$

$$K_{44}^* = \frac{4EI}{l} [\mu_{ik}^2 + \mu_{ik} \mu_{ki} + \mu_{ki}^2 - 2\alpha_{ik} \mu_{ik} l - \alpha_{ik} \mu_{ki} l + \alpha_{ik}^2 l^2]$$

Untuk kasus rangkai batang kaku, $\mu_{ik} = \mu_{ki} = 1$.

Matrik Massa untuk Rangka Batang

Matriks massa untuk formulasi rangka batang dimulai dari fungsi interpolasi semi-kaku balok, elemen matriks massa konsisten balok tersebut dilampirkan dalam bentuk [1]:

$$M^* = \begin{bmatrix} M_{11}^* & M_{12}^* & M_{13}^* & M_1 \\ & M_{22}^* & M_{23}^* & M_2 \\ & sym & M_{33}^* & M_3 \\ & & & M_4 \end{bmatrix} \tag{2}$$

With

$$M_{11}^* = \frac{\rho Sl}{420} [140 + (42\alpha_{tk}^* - 28\alpha_{kt}^*)l + (4\alpha_{tk}^{*2} + 4\alpha_{kt}^{*2} - 6\alpha_{tk}^*\alpha_{kt}^*)l^2]$$

$$M_{22}^* = \frac{\rho Sl}{420} [4(\mu_{tk}^2 + \mu_{kt}^2 + \alpha_{kt}^{*2}l^2) + 6(\mu_{tk}\mu_{kt} - \mu_{tk}\alpha_{kt}^*l) - 8\mu_{kt}\alpha_{kt}^*l]l^2$$

$$M_{33}^* = \frac{\rho Sl}{420} [140 + (-42\alpha_{kt}^* + 28\alpha_{tk}^*)l + (4\alpha_{tk}^{*2} + 4\alpha_{kt}^{*2} - 6\alpha_{tk}^*\alpha_{kt}^*)l^2]$$

$$M_{44}^* = \frac{\rho Sl}{420} [4(\mu_{tk}^2 + \mu_{kt}^2 + \alpha_{kt}^{*2}l^2) + 6(-\mu_{tk}\mu_{kt} + \mu_{kt}\alpha_{tk}^*l) - 8\mu_{tk}\alpha_{tk}^*l]l^2$$

$$M_{12}^* = \frac{\rho Sl}{420} [21\mu_{tk} + 14\mu_{kt} - (14\alpha_{kt}^* - 4\alpha_{tk}^*\mu_{tk} - 3\alpha_{tk}^*\mu_{kt} + 3\alpha_{kt}^*\mu_{tk} + 4\alpha_{kt}^*\mu_{kt})l - (3\alpha_{tk}^*\alpha_{kt}^* - 4\alpha_{kt}^{*2})l^2]l$$

$$M_{13}^* = \frac{\rho Sl}{420} [70 - 7(\alpha_{tk}^* + \alpha_{kt}^*)l - (4\alpha_{tk}^{*2} + 4\alpha_{kt}^{*2} - 6\alpha_{tk}^*\alpha_{kt}^*)l^2]$$

$$M_{14}^* = \frac{\rho Sl}{420} [21\mu_{tk} - 14\mu_{kt} - (21\alpha_{tk}^* - 4\alpha_{tk}^*\mu_{tk} + 3\alpha_{tk}^*\mu_{kt} + 3\alpha_{kt}^*\mu_{tk} - 4\alpha_{kt}^*\mu_{kt})l - (-3\alpha_{tk}^*\alpha_{kt}^* + 4\alpha_{tk}^{*2})l^2]l$$

$$M_{23}^* = \frac{\rho Sl}{420} [21\mu_{kt} + 14\mu_{tk} - (21\alpha_{kt}^* + 4\alpha_{tk}^*\mu_{tk} + 3\alpha_{tk}^*\mu_{kt} - 3\alpha_{kt}^*\mu_{tk} - 4\alpha_{kt}^*\mu_{kt})l - (-3\alpha_{tk}^*\mu_{kt}^* + 4\alpha_{kt}^{*2})l^2]l$$

$$M_{24}^* = \frac{\rho Sl}{420} [4(\mu_{tk}^2 - \mu_{kt}^2) - 4(\alpha_{tk}^*\mu_{tk} + 3\alpha_{tk}^*\mu_{kt} + 3\alpha_{kt}^*\mu_{tk} - 4\alpha_{kt}^*\mu_{kt})l + 3\alpha_{tk}^*\alpha_{kt}^*l^2]l^2$$

$$M_{34}^* = \frac{\rho Sl}{420} [-21\mu_{kt} + 14\mu_{tk}(14\alpha_{tk}^* + 4\alpha_{tk}^*\mu_{tk} - 3\alpha_{tk}^*\mu_{kt} - 3\alpha_{kt}^*\mu_{tk} + 4\alpha_{kt}^*\mu_{kt}) + (-3\alpha_{tk}^*\alpha_{kt}^* + 4\alpha_{tk}^{*2})l^2]l$$

Matrik Kekakuan Geometri Rangka Batang

Berdasarkan fungsi interpolasi balok semi-kaku, kekakuan matriks geometris balok dapat diturunkan dalam bentuk [1]:

$$KG^* = \begin{bmatrix} KG_{11}^* & KG_{12}^* & KG_{13}^* & KG_{14}^* \\ & KG_{22}^* & KG_{23}^* & KG_{24}^* \\ & sym & KG_{33}^* & KG_{34}^* \\ & & & KG_{44}^* \end{bmatrix}$$

(3)

$$KG_{11}^* = S \cdot l \left[\frac{(2\alpha_{ik}^* \alpha_{ik}^*)}{15} - \frac{(\alpha_{ik}^* \alpha_{ki}^*)}{15} + \frac{(2\alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^*)}{15} + \frac{1}{l} \right]$$

$$KG_{12}^* = S \cdot l \left[\frac{4\alpha_{ik}^* \mu_{ik}^* + \alpha_{ik}^* \mu_{kt}^* - \alpha_{ki}^* \mu_{ik}^* - 4\alpha_{ki}^* \mu_{kt}^* + 4l \cdot \alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^* - l \cdot \alpha_{ik}^* \alpha_{ki}^*}{30} \right]$$

$$KG_{13}^* = -S \cdot l \left[\frac{(2\alpha_{ik}^* \alpha_{ik}^*)}{15} - \frac{(\alpha_{ik}^* \alpha_{ki}^*)}{15} + \frac{(2\alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^*)}{15} + \frac{1}{l} \right]$$

$$KG_{14}^* = S \cdot l \left[\frac{30\alpha_{ik}^* - 30\alpha_{ki}^* + 4\alpha_{ik}^* \mu_{ik}^* - \alpha_{ik}^* \mu_{kt}^* - \alpha_{ki}^* \mu_{ik}^* + 4\alpha_{ki}^* \mu_{kt}^* + l \cdot \alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^* - 4l \cdot \alpha_{ik}^* \alpha_{ki}^*}{30} \right]$$

$$KG_{22}^* = S \cdot l \left[\frac{2l^2 \alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^* - l \cdot \alpha_{ki}^* \mu_{ik}^* - 4l \cdot \alpha_{ki}^* \mu_{kt}^* + 2\mu_{ik}^* \mu_{ik}^* + \mu_{ik}^* \mu_{kt}^* + 2\mu_{kt}^* \mu_{kt}^*}{15} \right]$$

$$KG_{23}^* = S \cdot l \left[\frac{4\alpha_{ik}^* \mu_{ik}^* + \alpha_{ik}^* \mu_{kt}^* - \alpha_{ki}^* \mu_{ik}^* - 4\alpha_{ki}^* \mu_{kt}^* + 4l \cdot \alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^* - l \cdot \alpha_{ik}^* \alpha_{ki}^*}{30} \right]$$

$$KG_{24}^* = -S \cdot l \left[\frac{(4\mu_{kt}^* - 4\mu_{ik}^* + l \cdot \alpha_{ki}^*) (\mu_{ik}^* + \mu_{kt}^* - l \cdot \alpha_{ki}^*)}{30} \right]$$

$$KG_{33}^* = S \cdot l \left[\frac{(2\alpha_{ik}^* \alpha_{ik}^*)}{15} - \frac{(\alpha_{ik}^* \alpha_{ki}^*)}{15} + \frac{(2\alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^*)}{15} + \frac{1}{l} \right]$$

$$KG_{34}^* = -S \cdot l \left[\frac{30\alpha_{ik}^* - 30\alpha_{ki}^* + 4\alpha_{ik}^* \mu_{ik}^* - \alpha_{ik}^* \mu_{kt}^* - \alpha_{ki}^* \mu_{ik}^* + 4\alpha_{ki}^* \mu_{kt}^* + l \cdot \alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^* - 4l \cdot \alpha_{ik}^* \alpha_{ki}^*}{30} \right]$$

$$KG_{44}^* = S \cdot l \left[\frac{15l^2 \alpha_{ik}^* \alpha_{ik}^* - 30l^2 \alpha_{ik}^* \alpha_{ki}^* + 17l^2 \alpha_{ki}^* \alpha_{ki}^* - 4l \cdot \alpha_{ki}^* \mu_{ik}^* + l \cdot \alpha_{ki}^* \mu_{kt}^* + 2\mu_{ik}^* \mu_{ik}^* - \mu_{ik}^* \mu_{kt}^* + 2\mu_{kt}^* \mu_{kt}^*}{15} \right]$$

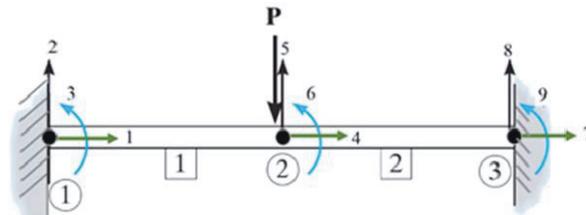
Hasil dan Pembahasan

Gambar 1 menampilkan contoh pertama dari rangka batang sederhana dengan dua elemen dengan panjang masing-masing 500 mm memiliki r kekakuan sendi di ujung masing-masing join seperti yang ditunjukkan pada gambar 1. Untuk tujuan perhitungan, nilai E, I, dan A diasumsikan sebagai 200000, 3.947,37, dan 125,35 unit. Menggunakan program yang telah dibuat sebelumnya, perhitungan di tunjukkan pada Tabel 1 dengan perbandingan hasil analisis menggunakan SAP2000.

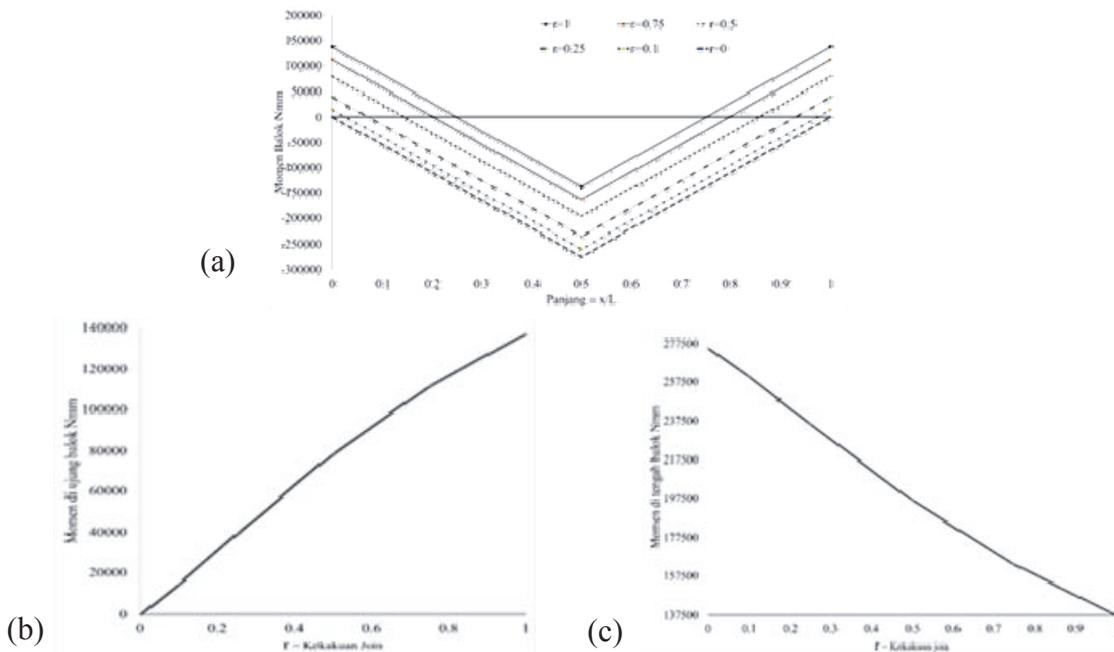
Gambar 2 menunjukkan hasil analisis menggunakan metode ini dengan memperhitungkan faktor r semi-kaku pada kedua join. Nilai kekakuan join bervariasi dari r = 0 sampai 1, kemudian dianalisis dengan dua elemen balok. Sebuah beban titik (P) dari 1 kN pada arah global Z diletakkan di join no 2 dan 1 kN dalam arah global X diletakkan pada node 1 balok.

Join pertama diasumsikan memiliki koneksi kekakuan dengan factor bervariasi dari 0 ke 1, hasil perhitungan ditunjukkan pada Tabel 1. Jika join memiliki nilai $r = 0$, maka momen diujung balok $M_u = 137500 \text{ N mm}$, sedangkan di tengah balok, memiliki nilai $M_u = 137500 \text{ N mm}$ juga.

Namun jika koneksi kekakuan perubahan yang faktor ketetapan $r = 0,1$, maka anggota yang memiliki momen akhir $M_u = 14864 \text{ N mm}$, dan $M_u = 260135 \text{ N mm}$ di pusat balok. Dari atas nilai ketetapan faktor, kekuatan unsur anggota, frekuensi alami, dan beban kritis dihitung dengan rumusan yang diusulkan seperti yang ditunjukkan pada Tabel 1 dan 2 masing-masing.



Gambar. 1. Permodelan balok menggunakan dua elemendenganjoin semi-kaku



Gambar. 2.(a) Nilai momen balok (b) momen di tengah balok (c) momen di ujung balok

Tabel 1.Momen dan frekuensi alami balok

Kekanganr	Momen di ujung balok (Nmm)		Momen di tengah balok (Nmm)		Frekuensi alamidengan pengaruhbeban 1KN (Hz)		
	Perhitungan	SAP2000	Perhitungan	SAP2000	Dengan beban aksial	Tanpa beban aksial	Teori
1	137500	137500	137500	137500	83.07	84.71	83.36
0.75	111486	-	163514	-	71.05	72.82	-
0.5	78571	-	196429	-	60.03	61.98	-
0.25	39286	-	235714	-	50.29	52.49	-
0.1	14865	-	260135	-	45.25	47.62	-
0	0	0	275000	275000	33.95	36.92	36.77

Table 2. Beban Kritis

Kekangan r	Beban Kritis(N)					
	Perhitungan	Teori	Perbedaan %	Perhitungan	SAP2000	Perbedaan %
1	26098.31	25756.00	1.31	26098.31	20214.71	22.54
0.75	20841.10	-	-	20841.10	-	-
0.5	16119.55	-	-	16119.55	-	-
0.25	12179.21	-	-	12179.21	-	-
0.1	10272.74	-	-	10272.74	-	-
0	6487.94	6438.90	0.76	6487.94	6060.27	6.59

Nilai untuk gaya masing-masing elemen telah dievaluasi dengan menggunakan dua metode. Pertama, cara langsung menggunakan metode matrik yang diusulkan, dan kedua, metode menggunakan perangkat lunak komersial yaitu SAP2000. Sebagai cek validitas, nilai yang di dapat dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dengan menggunakan metode teoritis. Ini telah dilakukan dan hasilnya diberikan pada Tabel 1 dan Tabel 2. Secara umum, analisis semi-kaku balok sederhana menunjukkan bahwa balok dengan kekakuan yang lebih tinggi memiliki momen tahanan yang lebih tinggi, sementara di pusat balok menunjukkan sebaliknya.

Frekuensi alami yang diperoleh dengan menggunakan metode ini adalah lebih tinggi dari nilai yang diperoleh dengan menggunakan software SAP2000. Namun, itu dianggap bahwa korelasi antara kedua metode adalah wajar, karena SAP2000 menggunakan massa terpusat dalam perhitungan. Frekuensi alami dari balok dengan dan tanpa efek gaya aksial ditunjukkan pada Tabel 1. Beban Kritis ditunjukkan pada Tabel 2 digunakan untuk mengetahui pengaruh gaya aksial perhitungan frekuensi alami. Hasil dianggap memiliki hasil yang cukup baik, walau menggunakan hanya dua elemen, perhitungan beban kritis cukup akurat (lihat table.2) dengan kesalahan kurang dari lima persen. Untuk analisis yang melibatkan tiga atau lebih elemen, hasilnya akan lebih akurat.

Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang dilakukan dengan membandingkan analisis hubungan semi-kaku dengan variasi kekakuan pada ujung balok, disajikan. Analisis balok dengan faktor kekakuan $r = 1$ memiliki hasil yang sama seperti analisis balok kaku. Balok dengan faktor kekakuan join yang lebih rendah memberikan nilai frekuensi alami yang lebih rendah, dan hasil penelitian ini menunjukkan bahwa frekuensi alami balok dipengaruhi oleh gaya aksial.

Referensi

[1] S. Zdravkovic, M. Milicevic, R. Folic, and D. Zlatkov, "Significance and part of elastic connections of members with joints in earthquake engineering," Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Elsevier, pp. 1871, 1996.

[2] D. Zlatkov, S. Zdravkovic, B. Mladenovic and R. Stojic, "Matrix formulation of dynamic design of structures with semi-rigid connections," architecture and Civil Engineering journal, vol. 9, pp. 89-104, Facta Universitatis (2011).

[3] J. M. Branco, M. Piazza, and P. J. S.Cruz, "Structural analysis of two King-post timber trusses: Non-destructive evaluation and load-carrying tests," Construction and Building Materials, vol. 24, pp. 371-383, 2010.